

Fibonacci-klok

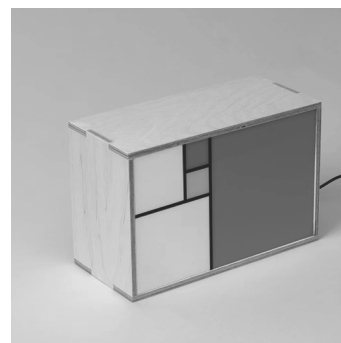
Op internet is een bijzondere klok te koop: de Fibonacci-klok. Zie de foto.

De klok is gebaseerd op een bekende wiskundige rij: de rij van Fibonacci. Van deze rij zijn de eerste tien termen de getallen:

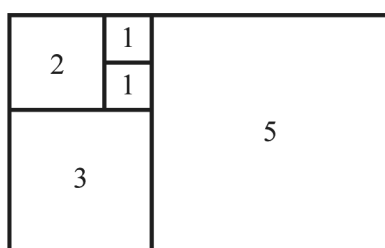
1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55

Op de foto zie je dat de klok uit vijf vierkanten bestaat. Deze vierkanten stellen de getallen uit de rij van Fibonacci voor. Dit is ook in onderstaande figuur weergegeven.

foto



figuur



De getallen in de figuur geven een maat voor de lengte van de zijden van de vierkanten in de figuur aan.

- 2p **10** Bereken hoeveel keer zo groot de oppervlakte van het grootste vierkant is als de oppervlakte van het op één na grootste vierkant. Geef je antwoord in één decimaal.

Achter elk van de vierkanten zitten drie lampjes verborgen: een rood, een groen en een blauw. Van deze lampjes brandt er steeds hooguit één. Hierdoor zijn er voor elk vierkant 4 mogelijkheden: het vlak staat 'uit', óf het vlak heeft een kleur: rood, groen of blauw. Met behulp van deze kleuren kun je de tijd aflezen.

De klok werkt volgens de 12-uurs-notatie. Daarbij wordt 12.00 weergegeven als 0.00.

Elke 5 minuten verspringt de klok. Als de werkelijke tijd bijvoorbeeld 14.50 of 14.53 is, geeft de klok op beide tijdstippen 2.50 weer.

De klok heeft veel meer standen dan dat er tijden zijn die de klok kan weergeven.

- 4p **11** Bereken hoeveel keer zo veel. Geef je antwoord als geheel getal.

Je kunt de tijd op de klok als volgt aflezen:

- Tel de waarden van getallen in de blauw gekleurde en de rood gekleurde vierkanten bij elkaar op. Dat zijn de uren.
- Tel de waarden van getallen in de blauw gekleurde en de groen gekleurde vierkanten bij elkaar op en vermenigvuldig de uitkomst met 5. Dat zijn de minuten.

De blauw gekleurde vierkanten tellen dus bij zowel de uren als de minuten mee. In tabel 1 zie je een manier om met alleen maar rood en groen gekleurde vierkanten de tijd 7.25 weer te geven.

tabel 1

vierkant	1	1	2	3	5
kleur	rood	rood	rood	rood	groen

Op een bepaald moment branden de lampjes op de klok zoals in tabel 2 is weergegeven.

tabel 2

vierkant	1	1	2	3	5
kleur	blauw	– (uit)	groen	rood	rood

- 3p 12 Bereken welke tijd de klok volgens tabel 2 weergeeft.

Op deze klok kunnen veel tijden op meer dan een manier worden weergegeven. In tabel 3 staan twee verschillende manieren om de tijd 7.25 weer te geven.

tabel 3

vierkant	1	1	2	3	5
kleur	rood	rood	rood	rood	groen
kleur	– (uit)	– (uit)	rood	– (uit)	blauw

- 4p 13 Geef nog twee andere manieren om de tijd 7.25 weer te geven.

Iemand wil een vergelijkbare Fibonacci-klok met groene, rode en blauwe lampjes maken, die de werkelijke tijden op de minuut nauwkeurig kan weergeven in de 24-uurs notatie (dus van 0.00 tot en met 23.59). Die klok moet dan aan twee eisen voldoen:

- 1 Het grootst mogelijke getal moet een optelling zijn met als uitkomst (minstens) 59.
- 2 Alle getallen van 0 t/m 59 moeten kunnen worden gevormd.

Om zo'n klok te maken, moeten er aan de klok uit de figuur vierkanten worden toegevoegd die Fibonacci-getallen voorstellen.

- 4p 14 Onderzoek welke opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci dan minimaal aan de klok moeten worden toegevoegd **en** licht toe dat de klok dan inderdaad aan beide eisen voldoet.

Bronvermelding

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift.